Lois de probabilité

Loi binomiale (ou schéma de Bernouilli) Une variable aléatoire X est dite *binomiale* si elle est associée à l'exécution de n épreuves indépendantes *à deux issues possibles* notées S (comme "succès") et $\overline{S}$. On pose $\Omega = \{S, \overline{S}\}$, $P(S) = p$, $P(\overline{S}) = q = 1 - p$. X est l'application qui, à chaque n-uplet de Ω^n, associe le nombre $k \in \{0; 1; 2; \cdots; n\}$ de succès. Alors :

$$\boxed{P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}}$$

L'espérance de la loi binomiale est donnée par :

$$\boxed{E(X) = np}$$

et sa variance par :

$$\boxed{V(X) = np(1-p)}$$

Loi de probabilité continue (ou "à densité") Il s'agit de la loi de probabilité d'une variable aléatoire X qui prend ses valeurs de façon continue dans un intervalle I. Dans ce contexte, $P(X = k)$ n'a plus de sens, car cette quantité est nulle pour tout k. En revanche, $P(a \leq X \leq b) = P([a; b]) = F(b) - F(a)$, probabilité de l'intervalle $[a; b]$, a un sens (avec F, fonction de répartition de X).

Densité de probabilité f au point d'abscisse x

$$\boxed{f(x) = F'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{F(x+h) - F(x)}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{P([x; x+h])}{h}}$$

Pour que f soit une densité de probabilité, il faut que :
- f soit continue sur $\mathbb{R}$, sauf peut-être en un nombre dénombrable de points
- f soit positive sur $\mathbb{R}$
- $\int_{\mathbb{R}} f(x)dx = 1$

Loi de probabilité continue à densité f

$$\boxed{P(a \leq X \leq b) = P([a; b]) = \int_a^b f(x)dx}$$

Loi uniforme sur $[a; b]$ C'est le cas où $f(x) = \frac{1}{b-a}$ lorsque $x \in]a; b[$ et 0 sinon.

Loi exponentielle de paramètre λ C'est le cas où $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$ si $x \geq 0$ et 0 sinon.